

METODE INFERENSI (2)

KETERBATASAN LOGIKA PROPOSISI

- Perhatikan contoh berikut :

All men are mortal
Socrates is a man

Therefore, Socrates is mortal

Misal : p = All men are mortal
 q = Socrates is a man
 r = Socrates is mortal

Skema argumennya menjadi : p, q; ∴ r

$$\begin{array}{l} p \\ q \\ \hline \therefore r \end{array}$$

Bila dibuat tabel kebenaran, hasilnya invalid.

- Argumen invalid sering diinterpretasikan sebagai konklusi yang salah (walaupun beberapa orang berpendapat argumen itu dapat saja bernilai benar).
- Argumen yang invalid berarti argumen tersebut tidak dapat dibuktikan dengan logika proposisi.
- Keterbatasan logika proposisi dapat diatasi melalui logika predikat sehingga argumen tersebut menjadi valid.
- Kenyataannya, semua logika silogistik adalah subset yang valid dari logika proposisi urutan pertama.

- Contoh :

If Socrates is a man, then Socrates is mortal

Socrates is a man

Therefore, Socrates is mortal

Misal: $p = \text{Socrates is a man}$

$q = \text{Socrates is mortal}$

Argumennya menjadi :

$p \rightarrow q$

p

—————

q

Argumen di atas adalah silogistik yang valid, yaitu bentuk *modus ponens*.

LOGIKA PREDIKAT URUTAN PERTAMA (First Order Predicate Logic)

- Representasi 4 kategori silogisme menggunakan logika predikat

| Bentuk | Skema | Representasi Predikat |
|--------|---------------------|--|
| A | Semua S adalah P | $(\forall x) (S(x) \rightarrow P(x))$ |
| E | Tidak S adalah P | $(\forall x) (S(x) \rightarrow \sim P(x))$ |
| I | Beberapa S adalah P | $(\exists x) (S(x) \rightarrow P(x))$ |
| O | Beberapa S bukan P | $(\exists x) (S(x) \rightarrow \sim P(x))$ |

- Kaidah Universal Instatiation merupakan state dasar, dimana suatu individual dapat digantikan (disubsitusi) ke dalam sifat universal.

- Contoh :

Misal, ϕ merupakan fungsi proposisi :

$$\frac{(\forall x) \phi(x)}{\therefore \phi(a)}$$

merupakan bentuk yang valid, dimana a menunjukkan spesifik individual, sedangkan x adalah suatu variabel yang berada dalam jangkauan semua individu (universal)

Contoh lain :
$$\frac{(\forall x) H(x)}{\therefore H(\text{Socrates})}$$

- Berikut ini adalah contoh pembuktian formal silogisme:

$$\begin{array}{l} \text{All men are mortal} \\ \text{Socrates is a man} \\ \hline \text{Therefore, Socrates is mortal} \end{array}$$

Misal : $H = \text{man}$, $M = \text{mortal}$, $s = \text{Socrates}$

- | | |
|--|--------------------------|
| 1. $(\forall x) (H(x) \rightarrow M(x))$ | |
| 2. $H(s)$ | / $\therefore M(s)$ |
| 3. $H(s) \rightarrow M(s)$ | 1 Universal Instatiation |
| 4. $M(s)$ | 2,3 Modus Ponens |

SISTEM LOGIKA

- Sistem logika adalah kumpulan objek seperti kaidah (rule), aksioma, statement dan lainnya yang diatur dalam cara yang konsisten.

- Sistem logika mempunyai beberapa tujuan :

1. Menentukan bentuk argumen.

Awalnya argumen logika tidak memiliki arti dalam semantic sense, bentuk yang valid pada dasarnya dapat dicapai jika validitas dari argumen tersebut dapat ditentukan.

Fungsi terpenting dari logika sistem adalah menentukan well formed formulas (wffs) dari argumen yang digunakan.

| | | |
|----------|------------|----------------------|
| Contoh : | All S is P | merupakan wffs |
| tapi.... | All | }..... bukan wffs |
| | All is S P | |
| | Is S all | |

2. Menunjukkan kaidah inferensi yang valid.

3. Mengembangkan dirinya sendiri dengan menemukan kaidah baru inferensi dan memperluas jangkauan argumen yang dapat dibuktikan.

- Sistem logika dibangun melalui Sentential atau kalkulus proposisi, kalkulus predikat dst.

- Setiap sistem disandarkan pada aksioma atau postulat, yang merupakan definisi mendasar dari sistem.

Suatu aksioma merupakan fakta sederhana atau assertion yang tidak dapat dibuktikan dalam sistem. Terkadang, kita menerima aksioma dikarenakan ada sesuatu yang menarik atau melalui pengamatan.

- Sistem formal membutuhkan :

1. simbol alfabet.
2. suatu set finite string dari simbol tertentu, wffs
3. aksioma, definisi dari sistem
4. kaidah inferensi, yang memungkinkan wffs, A untuk dikurangi sebagai kesimpulan dari set finite Γ wff lain dimana $\Gamma = \{A_1, A_2, \dots, A_n\}$. Wffs harus berupa aksioma atau teori lain dari sistem logis.

Sebagai contoh : sistem logika dapat didefinisikan menggunakan modus pones untuk diturunkan menjadi teorema baru.

- Jika terdapat argumen :

$$A_1, A_2, \dots, A_N; \therefore A$$

yang valid, maka A disebut teorema dari sistem logika formal dan ditulis dengan simbol \vdash (metasymbol) yang menunjukkan wff adalah suatu teorema .

$$A_1, A_2, \dots, A_N \vdash A$$

Contoh : teorema silogisme tentang Socrates yang ditulis dalam bentuk logika predikat.

$$(\forall x) (H(x) \rightarrow M(x)), H(s) \vdash M(s)$$

M(s) dapat dibuktikan dari aksioma di sisi kiri, hal tersebut menunjukkan aksioma

- Suatu teorema merupakan tautology, ditunjukkan melalui Γ sebagai set null dimana wff selalu bernilai null dan tidak tergantung dari aksioma atau teorema yang lain.

Teorema dengan tautology ditulis dengan simbol \vDash , misalnya $\vDash A$.

Contoh :

$$\text{Jika } A \equiv p \vee \sim p \text{ maka } \vDash p \vee \sim p$$

- Suatu model adalah interpretasi wff bernilai benar. Suatu wff disebut konsisten atau satisfiable jika interpretasi yang dihasilkan benar, dan disebut inkonsisten atau unsatisfiable jika wff menghasilkan nilai yang salah pada semua interpretasi.

RESOLUSI

- Diperkenalkan oleh Robinson (1965).
- Resolusi merupakan kaidah inferensi utama dalam bahasa PROLOG.
- PROLOG menggunakan notasi "quantifier-free".
- PROLOG didasarkan pada logika predikat urutan pertama.
- Sebelum resolusi diaplikasikan, wff harus berada dalam bentuk normal atau standard.
Tiga tipe utama bentuk normal : conjunctive normal form, clausal form dan subset Horn clause.
- Resolusi diaplikasikan ke dalam bentuk normal wff dengan menghubungkan seluruh elemen dan quantifier yang dieliminasi.
- Contoh :
 $(A \vee B) \wedge (\sim B \vee C)$ conjunctive normal form
Dimana $A \vee B$ dan $\sim B \vee C$ adalah clause.

Logika proposional dapat ditulis dalam bentuk clause.
Full clause form yang mengekspresikan formula logika predikat dapat ditulis dalam Kowalski clause form.

$$A_1, A_2, \dots, A_N \rightarrow B_1, B_2, \dots, B_M$$

Clause yang ditulis dalam notasi standard :

$$A_1 \wedge A_2, \dots, A_N \rightarrow B_1 \vee B_2, \dots, B_M$$

Bentuk disjungsinya merupakan disjungsi dari literal menggunakan equivalence :

$$p \rightarrow q \equiv \sim p \vee q$$

sehingga

$$\begin{aligned} A_1 \wedge A_2, \dots, A_N &\rightarrow B_1 \vee B_2, \dots, B_M \\ &\equiv \sim (A_1 \wedge A_2, \dots, A_N) \vee (B_1 \vee B_2, \dots, B_M) \\ &\equiv \sim A_1 \vee \sim A_2, \dots, \sim A_N \vee B_1 \vee B_2, \dots, B_M \end{aligned}$$

Yang merupakan hukum de Morgan :

$$\sim (p \wedge q) \equiv \sim p \vee \sim q$$

Dengan Horn clause dapat ditulis :

$$A_1, A_2, \dots, A_N \rightarrow B$$

Dalam bahasa PROLOG ditulis :

$$B :- A_1, A_2, \dots, A_N$$

Untuk membuktikan teorema di atas benar, digunakan metode klasik *reductio ad absurdum* atau metode kontradiksi.

Tujuan dasar resolusi adalah membuat infer klausa baru yang disebut "resolvent" dari dua klausa lain yang disebut parent clause.

Contoh :

$$\begin{array}{l} A \vee B \\ A \vee \sim B \\ \hline \therefore A \end{array}$$

Premis dapat ditulis : $(A \vee B) \wedge (A \vee \sim B)$

Ingat Aksioma Distribusi :

$$p \vee (q \wedge r) \equiv (p \vee q) \wedge (p \vee r)$$

Sehingga premis di atas dapat ditulis :

$$(A \vee B) \wedge (A \vee \sim B) \equiv A \vee (B \wedge \sim B) \equiv A$$

dimana $B \wedge \sim B$ selalu bernilai salah.

Tabel Klausula dan Resolvent

| Parent Clause | Resolvent | Arti |
|--|---|--------------------------------------|
| $p \rightarrow q$, p atau $\sim p \vee q, p$ | q | Modus Pones |
| $p \rightarrow q$, $q \rightarrow r$ atau $\sim p \vee q, \sim q \vee r$ | $p \rightarrow r$ atau $\sim p \vee r$ | Chaining atau Silogisme Hipotesis |
| $\sim p \vee q, p \vee q$ | q | Penggabungan |
| $\sim p \vee \sim q, p \vee q$ | $\sim p \vee p$ atau $\sim q \vee q$ | TRUE (tautology) |
| $\sim p, p$ | Null | FALSE (kontradiksi) |

SISTEM RESOLUSI DAN DEDUKSI

- Refutation adalah pembuktian teorema dengan menunjukkan negasi atau pembuktian kontradiksi melalui reductio ad absurdum.
- Melakukan refute berarti membuktikan kesalahan.
- Contoh :

$$\begin{array}{l}
 A \rightarrow B \\
 B \rightarrow C \\
 C \rightarrow D \\
 \hline
 \therefore A \rightarrow D
 \end{array}$$

Untuk membuktikan konklusi $A \rightarrow D$ adalah suatu teorema melalui resolusi refutation, hal yang dilakukan :

$$p \rightarrow q \equiv \sim p \vee q$$

sehingga

$$A \rightarrow D \equiv \sim A \vee D$$

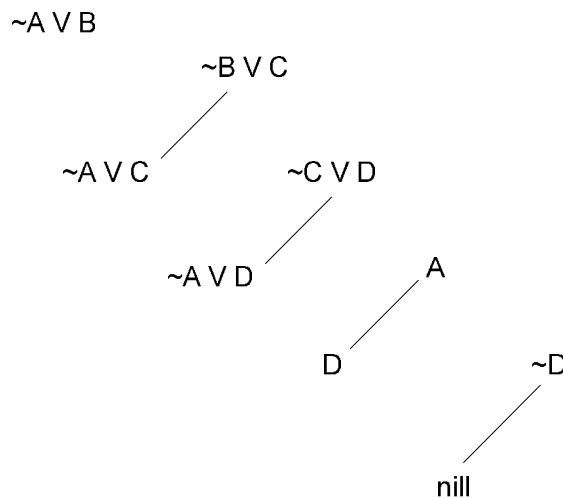
dan langkah terakhir adalah melakukan negasi

$$\sim(\sim A \vee D) \equiv A \wedge \sim D$$

Penggunaan konjungsi dari disjunctive form pada premis dan negasi pada konklusi, memberikan conjunctive normal form yang cocok untuk resolusi refutation.

Dari contoh di atas, penulisannya menjadi :

$$(\sim A \vee B) \wedge (\sim B \vee C) \wedge (\sim C \vee D) \wedge A \wedge \sim D$$



Pohon Resolusi Refutation

Akar bernilai nill, menunjukkan kontradiksi. Sehingga melalui refutation dapat ditunjukkan konklusi asli (awal) adalah teorema dengan peran kontradiksi.

SHALLOW (DANGKAL) PENALARAN CAUSAL

- Sistem pakar menggunakan rantai inferensi, dimana *rantai yang panjang* merepresentasikan lebih banyak causal atau pengetahuan yang mendalam. Sedangkan penalaran shallow umumnya menggunakan kaidah tunggal atau inferensi yang sedikit.
- Kualitas inferensi juga faktor utama dalam penentuan kedalaman dan pendangkalan dari penalaran.
- Shallow knowledge disebut juga experiment knowledge.

- Contoh : Penalaran shallow

IF a car has

a good battery
good sparkplugs
gas
good tires



conditional elements

THEN the car can move

- Pada penalaran shallow, tidak ada atau hanya terdapat sedikit pemahaman dari subjek, dikarenakan tidak ada atau hanya terdapat sedikit rantai inferensi.
- Keuntungan dari penalaran shallow adalah kemudahan dalam pemograman, yang berarti waktu pengembangan program menjadi singkat, program menjadi lebih kecil, lebih cepat dan biaya pengembangan menjadi murah.
- Penalaran causal disebut juga penalaran mendalam (deep reasoning), karena pemahaman yang mendalam diperoleh dari pemahaman rantai causal kejadian yang terjadi, atau dengan kata lain kita dapat memahami proses dari suatu abstrak yang disajikan.
- Frame dan jaringan semantik adalah contoh model yang menggunakan penalaran causal.
- Contoh :
 - IF the battery is good
 - THEN there is electricity

 - IF there is electricity
 - and the sparkplugs are good
 - THEN the sparkplugs will fire

IF the sparkplugs fire
and there is gas
THEN the engine will run

IF the engine runs
and there are is gas
THEN the engine will run

IF the engine runs
and there are good tires
THEN the car will move

- Penalaran causal cocok digunakan untuk operasi yang berubah-ubah dari sistem yang dibatasi oleh kecepatan eksekusi, memori dan peningkatan biaya pengembangan.
- Penalaran causal dapat digunakann untuk membangun model sistem nyata, seperti model yang dipakai untuk simulasi penggalian hipotesa penalaran pada tipe query "what if".
- Contoh : Dalam mengobati pasien, dokter dihadapkan pada jangkauan yang lebar dalam melakukan tes diagnosa untuk memverifikasi kejadian/penyakit secara cepat dan tepat.
- Karena kebutuhan akan penalaran causal meningkat, diperlukan kombinasi dengan kaidah penalaran satu shallow.
- Metode resolusi dengan refutation dapat digunakan untuk membuktikan apakah kaidah tunggal konklusi bernilai benar dari banyak kaidah (multiple rule).

- Contoh :

B=battery is good

C= car will move

E=there is electricity

F=sparkplugs will fire

G=there is gas

R=engine will run

S=sparkplugs are good

T=there are good tires

$$(1) B \wedge S \wedge G \wedge T \rightarrow C$$

$$(2) B \rightarrow E$$

$$(3) E \wedge S \rightarrow F$$

$$(4) F \wedge G \rightarrow R$$

$$(5) R \wedge T \rightarrow C$$

Langkah pertama di atas diaplikasikan pada resolusi refutation dengan menegaskan konklusi atau kaidah tujuan.

$$(1') \sim(B \wedge S \wedge G \wedge T \rightarrow C) = \sim[\sim(B \wedge S \wedge G \wedge T) \vee C]$$

Selanjutnya, setiap kaidah yang lain diekspresikan dalam disjunctive form menggunakan equivalensi seperti :

$$p \rightarrow q \equiv \sim p \vee q \quad \text{dan} \quad \sim(p \wedge q) \equiv \sim p \vee \sim q$$

sehingga versi baru dari (2)-(5) menjadi :

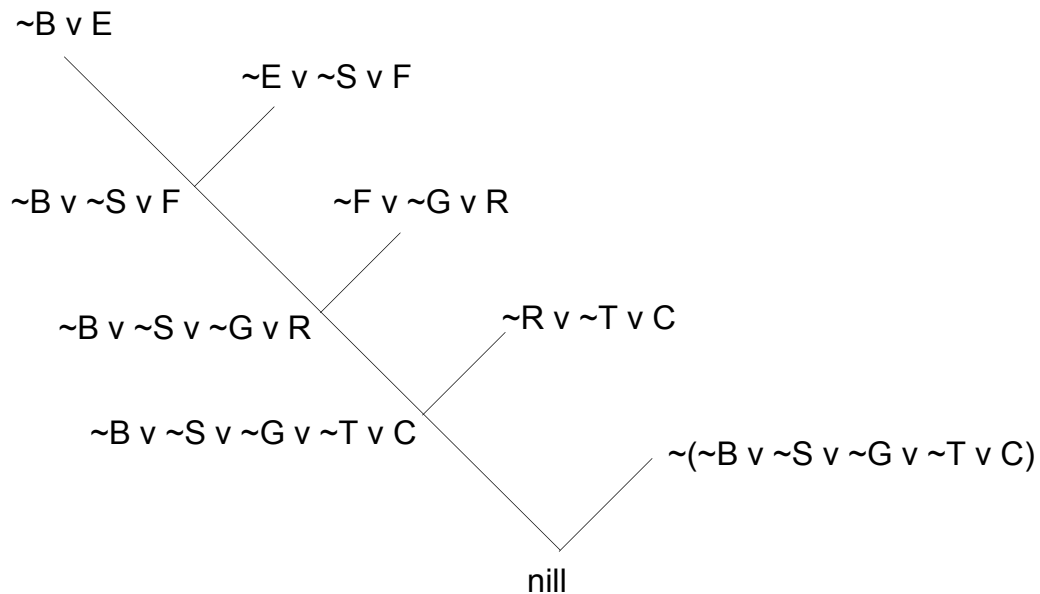
$$(2') \sim B \vee E$$

$$(3') \sim(E \wedge S) \vee F = \sim E \vee \sim S \vee F$$

$$(4') \sim(F \wedge G) \vee R = \sim F \vee \sim G \vee R$$

$$(5') \sim(R \wedge T) \vee C = \sim R \vee \sim T \vee C$$

Pohon Resolusi Refutation-nya :



Akar bernilai nill, menunjukkan kontradiksi. Sehingga melalui refutation dapat ditunjukkan konklusi asli (awal) :

$$B \wedge S \wedge G \wedge T \rightarrow C$$

adalah teorema dengan peran kontradiksi.

FORWARD CHAINING DAN BACKWARD CHAINING

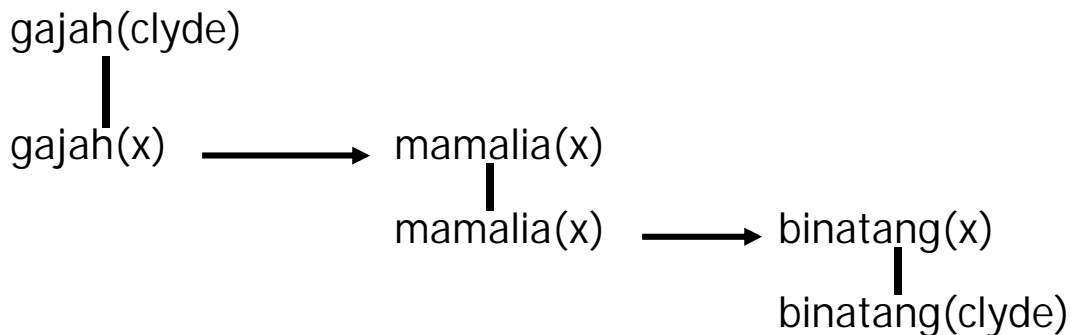
- Chain (rantai) : perkalian inferensi yang menghubungkan suatu permasalahan dengan solusinya.
- Forward chaining :
 - ✓ Suatu rantai yang dicari atau dilewati/dilintasi dari suatu permasalahan untuk memperoleh solusi.
 - ✓ Penalaran dari fakta menuju konklusi yang terdapat dari fakta.
- Backward chaining :
 - ✓ Suatu rantai yang dilintasi dari suatu hipotesa kembali ke fakta yang mendukung hipotesa tersebut.

✓ Tujuan yang dapat dipenuhi dengan pemenuhan sub tujuannya.

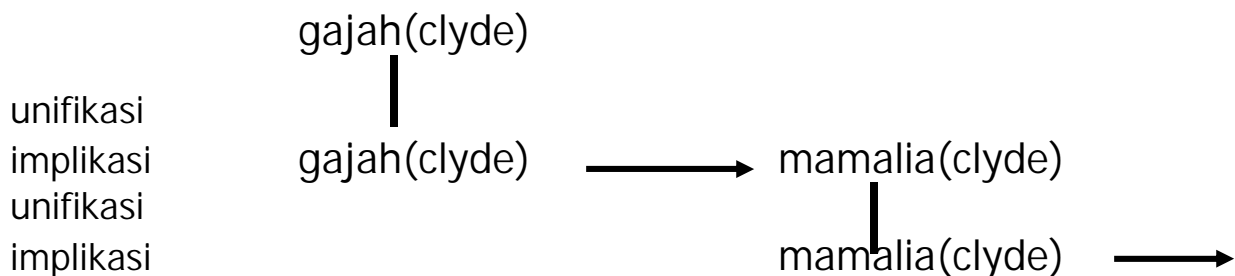
- Contoh rantai inferensi :

gajah(x) → mamalia (x)
 mamalia(x) → binatang(x)

• Causal (sebab-akibat) Forward chain



• Explicit Causal chain

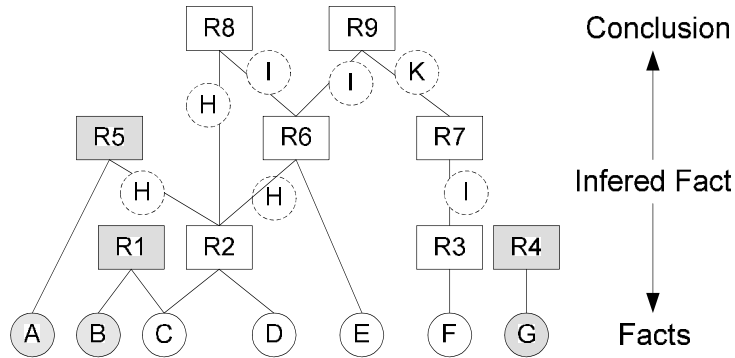


- Karakteristik Forward dan Backward chaining

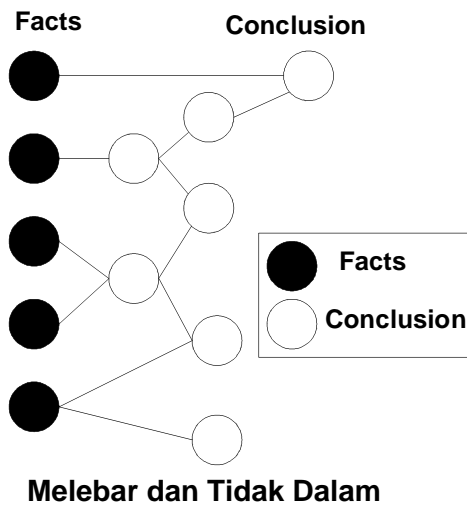
| Forward chaining | Backward chaining |
|--|--|
| Perencanaan, monitoring, kontrol | Diagnosis |
| Disajikan untuk masa depan | Disajikan untuk masa lalu |
| Antecedent ke konsekuen | Konsekuen ke antecedent |
| Data memandu, penalaran dari bawah ke atas | Tujuan memandu, penalaran dari atas ke bawah |
| Bekerja ke depan untuk mendapatkan solusi apa yang mengikuti fakta | Bekerja ke belakang untuk mendapatkan fakta yang mendukung hipotesis |

| | |
|---|--|
| <i>Breadth first search</i> dimudahkan | <i>Depth first search</i> dimudahkan |
| <i>Antecedent</i> menentukan pencarian | <i>Konsekuensi</i> menentukan pencarian |
| Penjelasan tidak difasilitasi | Penjelasan difasilitasi |

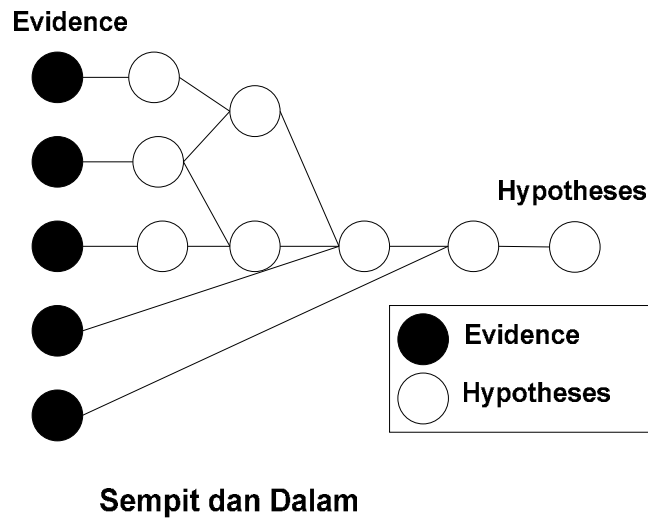
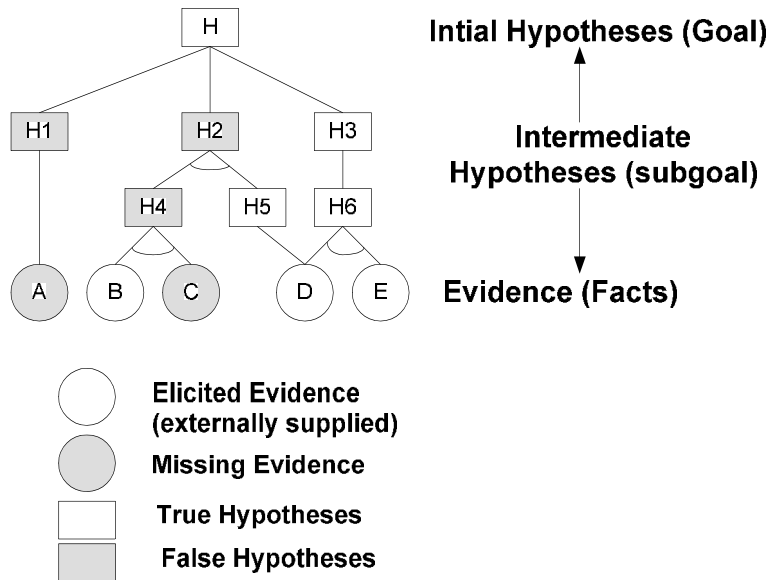
✓ Forward Chaining



- RN Rule N
- Given Fact
- Inferred Fact
- Missing Fact
- Applicable Rule
- Inapplicable Rule



✓ Backward Chaining



METODE LAIN DARI INFERENSI

ANALOGI

- Mencoba dan menghubungkan situasi lama sebagai penuntun ke situasi baru.

- Contoh : diagnosis medical (gejala penyakit yang diderita oleh seorang pasien ternyata sama dengan gejala yang dialami pasien lain).
- Pemberian alasan analogis berhubungan dgn induksi. Bila induksi membuat inferensi dari spesifik ke umum pada situasi yang sama, maka analogy membuat inferensi dari situasi yang tidak sama.

GENERATE AND TEST

- Pembuatan solusi kemudian pengetesan untuk melihat apakah solusi yg diajukan memenuhi semua persyaratan. Jika solusi memenuhi maka berhenti yg lain membuat sollusi yg baru kemudian test lagi dst.
- Contoh : Dendral, prog AM (artificial Mathematician), Mycin

ABDUCTION/PENGAMBILAN

- Metodenya mirip dengan modus ponens
- | | |
|-------------------|-------------------|
| Abduction | Modus ponens |
| $p \rightarrow q$ | $p \rightarrow q$ |
| q _____ | p _____ |
| $\therefore p$ | $\therefore q$ |

- Bukan argument deduksi yang valid
- Berguna untuk kaidah inferensi heuristik
- Analogi,generate and test, abduction adalah metode bukan deduksi. Dari premise yg benar, metode ini tidak dapat membuktikan kesimpulan yg benar

Perbedaan Forward Chaining,
Backward Chaining dan Abduction

| Inference | Start | Tujuan |
|-----------|----------------------|---------------------------------|
| FORWARD | Fakta | Kesimpulan yang harus mengikuti |
| BACKWARD | Kesimpulan tdk pasti | Fakta pendukung kesimpulan |
| ABDUCTION | Kesimpulan benar | Fakta yang dapat mengikuti |

NONMONOTONIC REASONING

- Adanya tambahan aksioma baru pada sistem logika berarti akan banyak teorema yang dapat dibuktikan.
- Peningkatan teorema dengan peningkatan aksioma dikenal dengan *sistem monotonik*
- Suatu masalah dapat terjadi, jika diperkenalkan aksioma parsial atau komplit baru yang kontradikasi dengan aksioma sebelumnya.
- Pada sistem nonmonotonik, tidak perlu adanya peningkatan teorema yang sejalan dengan peningkatan aksioma.