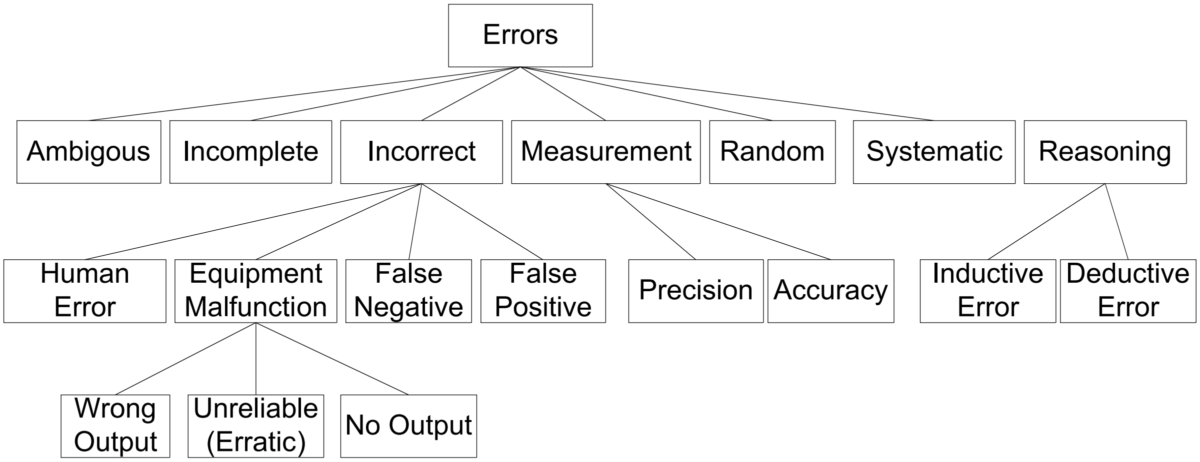
PENALARAN DENGAN KETIDAKPASTIAN (UNCERTAINITY)

KETIDAKPASTIAN (Uncertainity)

- Ketidakpastian dapat dianggap sebagai suatu kekurangan informasi yang memadai untuk membuat suatu keputusan.
- Ketidakpastian merupakan suatu permasalahan karena mungkin menghalangi kita membuat suatu keputusan yang terbaik.
- Teori-teori yang berhubungan dengan ketidakpastian :
  - Probabilitas Klasik
  - Probabilitas Bayes
  - Teori Hartley yang berdasarkan pada himpunan klasik
  - Teori Shanon yang didasarkan pada peluang
  - Teori Dempster-Shafer
  - Teori Fuzzy Zadeh
- Contoh aplikasi yang klasik sistem pakar yang sukses sehubungan dengan ketidakpastian :
  - MYCIN untuk diagnosa medis
  - PROPECTOR untuk ekplorasi mineral

TIPE-TIPE KESALAHAN / ERRORS



Keterangan :

- *Ambiguous* : kesalahan yg diinpretasikan lebih dari 1 cara
- *Incomplete* : ada informasi hilang
- *Incorrect* : informasi salah yang disebabkan manusia (kesalahan membaca data, peletakan informasi & peralatan)
- *Hipotesa* adalah sebuah asumsi yang akan di-test
    - *False Negative* : penolakan hipotesa jika benar
    - *False Positive* : penerimaan hipotesa jika tidak benar
- *Measurement* : kesalahan pengukuran
    - *Precision* : dalam milimeter, 10 X lebih teliti daripada centimeter, berhubungan dg bagaimana kebenaran itu diketahui/baik (how well the truth is known)
    - *Accuracy :* dalam centimeter, berhubungan dengan kebenaran (the truth)
- *Unreliability* : jika peralatan pengukuran mensuplay fakta yg tidak dipercaya.
- *Random* : fluktuasi nilai
- *Systematic* : tidak acak tetapi karena bias mis pembacaan kalibrasi.

Contoh :

Example	Error	Reason
Turn the valve off	Ambiguous	What valve ?
Turn valve-1	Incomplete	Which way ?
Turn valve-1 off	Incorrect	Correct is on
Valve is stuck	False positive	Valve is not stuck
Valve is not stuck	False negative	Valve is stuck
Turn valve-1 to 5	Imprecise	Correct is 5.4
Turn valve-1 to 5.4	Inaccurate	Correct is 9.2
Turn valve-1 to 5.4 or 6 or 0	Unreliable	Equipment error
Turn valve-1 to 5.4 or 6 or 0 or 5.5 or 5.1	Random Error	Statistical Fluctuation
Valve-1 is not stuck because its never been stuck before	Invalid Induction	Valve is stuck
Output is normal and so valve is in good condition	Invalid Deduction	Valve is stuck in open position

KESALAHAN (ERROR) dan INDUKSI

- Proses induksi merupakan lawan dari deduksi.
  DEDUKSI : merupakan hasil dari hal yang umum ke khusus

  Contoh : Semua laki-laki adalah makhluk hidup
  Socrates adalah laki-laki

  Dapat ditarik kesimpulan :
  Socrates adalah makhluk hidup

  INDUKSI : menggeneralisasi dari hal khusu ke umum

  Contoh : Disk saya belum pernah rusak

  □ Disk saya tidak pernah akan rusak

  dimana simbol □ mewakili "oleh karena" untuk induksi dan □ mewakili "oleh karena" untuk deduksi.

- Kecuali untuk induksi matematika, argumen induksi tidak pernah dapat dibuktikan dengan benar. Argumen induksi hanya dapat menyediakan beberapa tingkat kepercayaan bahwa konklusi tersebut benar.

  Contoh :

  Alarm kebakaran berbunyi
  ⇒ ada kebakaran

  Argumen yang lebih kuat lainnya :

  Alarm kebakaran berbunyi
  Saya mencium bau asap
  ⇒ ada kebakaran

  Walaupun argumen di atas adalah argumen yang kuat, tetapi tidak membuktikan ada kebakaran.

PROBABILITY KLASIK

- Probability merupakan cara kuantitas yang berhubungan dengan ketidakpastian
- Teori probability diperkenalkan pada abad 17 oleh penjudi Perancis dan pertama kali diajukan oleh Pascal dan Fermat (1654)
- Prob. Klasik disebut juga dengan a priori probability karena berhubungan dg game atau sistem.
- Formula fundamental prob. Klasik

$$P = W / N$$

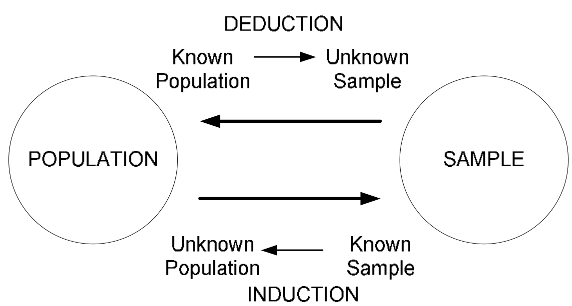
dimana : W = jumlah kemenangan
N = jumlah kemungkinan kejadian yang sama pd percobaan

- Contoh:
  Sebuah dadu dilemparkan 1X maka ada 6 kemungkinan
  $$P(1) = P(2) = P(3) = P(4) = P(5) = P(6) = 1/6$$
  Jika percobaan diulang lagi maka akan menghasilkan yang sama (Deterministic), jika tidak non-deterministic (acak)

- Probability kehilangan (Kalah)
  $$Q = (N - W) / N = 1 - P$$

- *Titik Contoh (sample point)* : hasil dari percobaan
  Ruang Contoh (sample space) : kumpulan dari semua kemungkinan titik contoh.
  Kejadian (event) : subset dari ruang contoh.
  Kejadian sederhana (simple event) : hanya ada satu elemen kejadian.
  Kejadian gabungan (compound event) : terdapat lebih dari dari satu kejadian

- Penalaran Deduktif dan Induktif dilihat dari populasi dan contoh (sample)



TEORI PROBABILITAS

- Teori formal probabilitas dibuat dengan menggunakan 3 aksioma

- Teori aksiomatik disebut juga o*bjective theory of probability* diperkenalkan oleh *Kolmogorov*, sedangkan teori aksiomatik probabiliti kondisional dibuat oleh *Renyi*

- Tiga aksioma probabilistik :

1. $0 \leq P(E) \leq 1$

   Aksioma ini menjelaskan bahwa jangkauan probabilitas berada antar 0 dan 1. Jika suatu kejadian itu pasti terjadi maka nilai probabilitasnya adalah 1, dan jika kejadiannya tidak mungkin terjadi nilai probabilitasnya adalah 0

2. $\sum_i P(E_i) = 1$

   Aksioma ini menyatakan jumlah semua kejadian tidak memberikan pengaruh dengan lainnya, maka disebut *mutually exclusive events* yaitu 1.

   Corollary dari aksioma ini adalah :

   $$P(E) + P(E') = 1$$

3. $P(E_1 \cup E_2) = P(E_1) + P(E_2)$

   Dimana E_1 dan E_2 adalah kejadian *mutually exclusive*. Aksioma ini mempunyai makna bahwa jika E_1 dan E_2 keduanya tidak dapat terjadi secara simultan, maka probabilitas dari satu atau kejadian lainnya adalah jumlah dari masing-masing probabilitasnya.

EKSPERIMENTAL dan PROBABILITAS SUBJEKTIF

- Ekperimental probability kebalikan dari a priori yaitu posteriori probability yang artinya "setelah kejadian". Posteriori probabilitas mengukur frekuensi kejadian yang terjadi untuk sejumlah percobaan.

$$P(E) = \lim_{N \to \sim} \frac{f(E)}{N}$$

Dimana, F(E) = frek kejadian
N = banyaknya kejadian

- Subjective probability berhubungan dg kejadian yg tidak dapat direproduksi dan tidak mempunyai basis teori sejarah untuk mengektrapolasi. Subjective probability sebagai opini lebih mengekspresikan suatu probabilitas dibandingkan probabilitas yang berdasarkan aksioma.
- Tipe Probabilitas

Nama	Formula	Karakteristik
A priori (classical, theoretical, mathematical, symmetic equiprobable equal likehood)	$P(E) = \frac{W}{N}$ Dimana W adalah angka keluaran dari kejadian E untuk total N kemungkinan keluaran	- Kejadian berulang - Keluaran yang sama - Bentuk pasti matematika diketahui - Semua kemungkinan kejadian dan keluaran diketahui
A posteriori (experimental, empirical, scientific, relative frequency, statistical) $P(E) \approx \frac{f(E)}{N}$	$P(E) = \lim_{N \to \sim} \frac{f(E)}{N}$ Dimana f(E) adalah frekuensi (f) dari kejadian (E) yang diamati untuk total N keluaran.	- Kejadian berulang berdasarkan percobaan - Aproksimasi dari sejumlah percobaan terbatas - Bentuk pasti matematika tidak diketahui
Subjective (personal)		- Kejadian tidak berulang - Bentuk pasti matematika tidak diketahui - Metode frekuensi relatif tidak dimungkinkan - Didasarkan pada pengalaman, kebijaksanaan, opini atau kepercayaan dari pakar.

PROBABILITAS GABUNGAN

- Dalam probabilitas gabungan, kejadian dapat dihitung dari ruang contohnya.
- Contoh : Probabilitas pelemparan dadu

  $A = \{2,4,6\} \quad B = \{3,6\}$

  $$P(A \cap B) = \frac{n(A \cap B)}{N(s)} = \frac{1}{6}$$

  Dimana n = angka elemen dalam set

  S = ruang contoh (sample space)

- Independent events : kejadian yg masing-masing tidak saling mempengaruhi. Untuk 2 kejadian bebas A dan B, probabilitasnya merupakan produk dari probabilitas individual.
- Kejadian A dan B disebut pairwise independent

  $$P(A \cap B) = P(A)\ P(B)$$

- Stochastically independent event : Jika dan hanya jika formula diatas benar.
- Formula mutual independence N events mambutuhkan 2^N persamaan yagng dapat dipenuhi :

  $$P(A^*_1 \cap A^*_2 \ldots\ldots \cap A^*_N) = P(A^*_1)\ P(A^*_2) \ldots P(A^*_N)$$

  Contoh :

  $P(A \cap B \cap C) = P(A)\ P(B)\ P(C)$

  $P(A \cap B \cap C') = P(A)\ P(B)\ P(C')$

  $P(A \cap B' \cap C) = P(A)\ P(B')\ P(C)$ dst

- Untuk Gabungan $P(A \cup B)$

  1. $$P(A \cup B) = \frac{n(A) + n(B)}{n(S)} = P(A) + P(B)$$

     → hasilnya akan terlalu besar jika set overlap

     → untuk set disjoint

2. $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

Atau

$$P(A \cup B \cup C) = P(A)+P(B)+P(C)-P(A\cap B)- P(A\cap C)- P(B\cap C) + P(A \cap B \cap C)$$

→ disebut additive law

PROBABILITAS KONDISIONAL

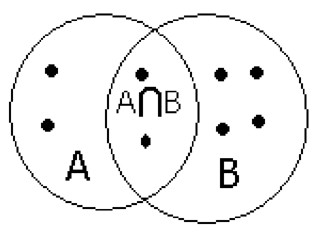
$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} \quad \text{untuk } B \neq 0$$

Dimana : $P(A|B)$ = probabilitas kondisional
$P(B)$ = probabilitas a priori

- Jika probabilitas a priori digunakan dalam probabilitas kondisional maka disebut unconditional / absolute probability

- Contoh :

$P(A) = \frac{n(A) = 4}{n(S) = 8}$ $\quad$ $P(B) = \frac{n(B) = 6}{n(S) = 8}$



Jika diketahui kejadian B telah terjadi, maka ruang contoh yang dikurangi hanya B.

N(S) = 6

$$P(A|B) = \frac{n(A\cap B)}{n(B)} = \frac{2}{6}$$

- *Hukum Multiplicative* dari probabilitas untuk dua kejadian

$$P(A \cap B) = P(A \mid B)\ P(B)$$

Atau

$$P(A \cap B) = P(B \mid A)\ P(A)$$

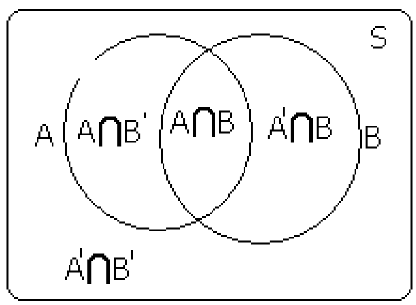
Atau

$$P(A \cap B \cap C) = P(A \mid B \cap C)\ P(B \mid C)\ P(C)$$

Bentuk Umum :

$$P(A_1 \cap A_2 \cap \ldots \cap A_N) = P(A_1 \mid A_2 \cap \ldots \cap A_N)\ .\ P(A_2 \mid A_3 \cap \ldots \cap A_N)\ .\ \ldots\ P(A_{N-1} \mid A_N)\ P(A_N)$$

- Interpretasi 2 set ruang contoh



Set Interpretasi

	X	X'	Total of Rows
C	$C \cap X$	$C \cap X'$	$C = (C \cap X) \cup (C \cap X')$
C'	$C' \cap X$	$C' \cap X'$	$C = (C' \cap X) \cup (C' \cap X')$
Total of columns	$X = (C' \cap X) \cup (C \cap X)$	$X' = (C' \cap X') \cup (C \cap X')$	S (Sample space)

Interpretasi Probabilitas dari Dua Set

	X	X'	Total of Rows
C	$P(C \cap X)$	$P(C \cap X')$	$P(C)$
C'	$P(C' \cap X)$	$P(C' \cap X')$	$P(C')$
Total of columns	$P(X)$	$P(X')$	1.0

- Contoh :

	Merk X	Bukan Merk X	Jumlah Baris
Rusak C	0.6	0.1	0.7
Tidak Rusak C′	0.2	0.1	0.3
Jumlah Kolom	0.8	0.2	1.0

1. Probabilitas kerusakan disket merk X & bukan merk X:
   $P(C) = 0.7$
2. Probabilitas yang tidak rusak dari ruang contoh :
   $P(C') = 0.3$
3. Probabilitas digunakannya merk X :
   $P(X) = 0.8$
4. Probabilitas tidak digunakannya merk X :
   $P(X') = 0.2$
5. Probabilitas rusak dan menggunakan merk X :
   $P(C \cap X) = 0.6$
6. Probabilitas rusak & merk X yang sedang digunakan:
   $$P(C|X) = \frac{P(C \cap X)}{P(X)} = \frac{0.6}{0.8} = 0.75$$
7. Probabilitas rusak & merk bukan X yang sedang digunakan:
   $$P(C|X') = \frac{P(C \cap X')}{P(X')} = \frac{0.1}{0.2} = 0.50$$

- Interpretasi dari no. 5 :
  Jika suatu disket diambil secara acak, maka kemungkinan 0.6 kalinya yang terambil adalah merk X dan mengalami kerusakan
- Interpretasi dari no. 6 :
  Jika suatu merk X diambil, maka kemungkinan 0.75 kali disket tersebut mengalami kerusakan.

TEOREMA BAYES

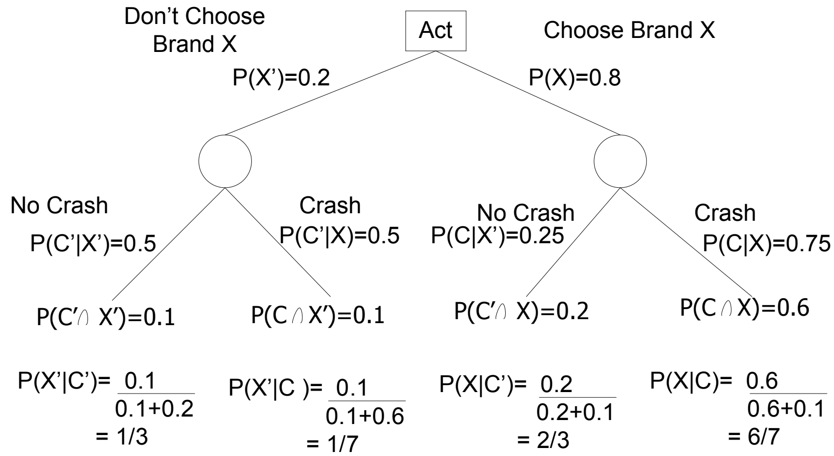
- Ditemukan oleh Thomas Bayes
- Teorema Bayes kebalikan dari probabilitas kondisional P(A|B) atau disebut *posteriori probability*, dimana dalam teorema Bayes : state probabilitas dari kejadian awal diberikan untuk melihat kejadian yang mungkin akan terjadi kemudian.
- Dari contoh kerusakan disket merk X dan bukan merk X :
  - (6) 75% kemungkinan disket merk X akan rusak dlm 1 tahun adalah.
  - (7) probabilitas disket merk bukan X rusak dalam 1 tahun 50%.
  - Pertanyaannya adalah : kita punya disket dan tidak tahu merk apa, bagaimana probabilitas kerusakannya jika merk X ? Atau merk bukan X ?
  - Diketahui kita diberikan disket rusak, probabilitas merk X dapat diperoleh dari probabilitas kondisional dan hasil (1), (5).

$$P(X \mid C) = \frac{P(C \cap X)}{P(C)} = \frac{0.6}{0.7} = \frac{6}{7}$$

  - Alternatif lain, menggunakan Hukum Multiplicative (1), (3), (6).

$$P(X \mid C) = \frac{P(C|X)\ P(X)}{P(C)} = \frac{(0.75)\ (0.8)}{0.7} = \frac{0.6}{0.7} = \frac{6}{7}$$

Pohon Keputusan untuk kasus Disket yang rusak :



Prior
P(Hi)

Conditional
P(E|H)

Joint-$P(E \cap Hi)$
$= P(E|Hi)$

Posterior
$P(Hi|E) = \dfrac{P(E \cap Hi)}{\sum_j P(E \cap H_j)}$

- Bentuk umum Teorema Bayes :

$$P(H_i|E) = \frac{P(E \cap H_i)}{\sum_j P(E \cap H_j)}$$

$$= \frac{P(E|H_i)\, P(H_i)}{\sum_j P(E|H_j)\, P(H_j)}$$

$$= \frac{P(E|H_i)\, P(H_i)}{P(E)}$$